

RECEPȚIONAT

Agenția Națională pentru Cercetare
și Dezvoltare _____

_____ 2025

AVIZAT

Secția AȘM _____

_____ 2025

RAPORT ȘTIINȚIFIC ANUAL **(pentru etapa 2025)**

privind implementarea proiectului din cadrul concursului

Stimularea excelenței cercetărilor științifice pentru anii 2025-2026

Proiectul **Soluții Aproape Periodice la Infinit ale Ecuatii Diferentiale**
(titlul proiectului)

Cifrul proiectului **25.80012.5007.77SE**

Prioritatea strategică V. **Tehnologii inovative, energie sustenabilă, digitalizare**

Rectorul Universității de Stat din Moldova

Președintele Consiliul științific al
Institutului de Matematică și
Informatică „Vladimir Andrunachievici”

Conducătorul proiectului

Igor ȘAROY

Inga ȚÎTCHIEV

David CEBAN



L.Ș.

Chișinău, 2025

CUPRINS:

1. Scopul etapei 2025 conform proiectului depus la concurs.....
2. Obiectivele etapei 2025.....
3. Acțiunile planificate pentru realizarea scopului și obiectivelor etapei 2025.....
4. Acțiunile realizate pentru atingerea scopului și obiectivelor etapei 2025.....
5. Rezultatele obținute
6. Diseminarea rezultatelor la foruri științifice.....
7. Impactul științific, social și/sau economic al rezultatelor științifice obținute
în cadrul proiectului 2025.....
8. Colaborare la nivel național în cadrul implementării proiectului 2025.....
9. Colaborare la nivel internațional în cadrul implementării proiectului 2025.....
10. Dificultăți în realizarea proiectului: financiare, organizatorice,
legate de resursele umane.....
11. Recomandări, propuneri.....
12. Lista lucrărilor științifice, publicate în anul 2025 (Anexa 1).....
13. Rezumatul activității și a rezultatelor obținute în proiect 2025 în limba română și
în limba engleză (Anexa 2).....
14. Executarea devizului de cheltuieli din contractul de finanțare
pentru anul 2025 (Anexa 3)... ..
15. Componența echipei conform contractului de finanțare pentru anul 2025 (Anexa 4)....

1. Scopul etapei 2025 conform proiectului depus la concurs (obligatoriu).

A studia:

- a. Sisteme dinamice de translații în spații de funcții local-integrabil și funcții aproape periodice de la distanță în sensul lui Stepanov.
- b. Atractori globali compacți ai sistemelor dinamice neautonome cu rețea.
- c. Soluții bilateral aproape periodice de la distanță ale ecuațiilor diferențiale liniare și semi-liniare.

2. Obiectivele etapei 2025 (obligatoriu).

- a. Au fost studiate funcții aproape periodice la infinit în sensul lui Stepanov. Am stabilit o relație între funcțiile $S^{\{P\}}$ care sunt aproape periodice la infinit și sistemele de translații dinamică în spațiile funcțiilor integrabile local $L^{\{p\}}_{\text{loc}}$. Folosind relațiile stabilite, am obținut o serie de fapte pentru funcțiile $S^{\{P\}}$ care sunt aproape periodice la infinit.
- b. Am studiat atractorii globali compacți ai sistemelor dinamice cu zăbrele neautonome și am stabilit condițiile pentru existența atractorilor globali compacți pentru sistemele luate în considerare.
- c. A fost studiată problema integrării funcțiilor asimptotic aproape periodice și a funcțiilor aproape periodice în sensul Stepanov la infinit.

3. Acțiunile planificate pentru realizarea scopului și obiectivelor etapei 2025 (obligatoriu)

- a. A pregăti doi articoli pentru publicare.
- b. A participa (cu două prezentări) la o conferință științifică internațională.

4. Acțiunile realizate pentru atingerea scopului și obiectivelor etapei 2025

- a. Acceptat pentru publicare:
David Cheban, Remotely Almost Periodic Solutions of Ordinary Differential Equations in Banach Spaces. Journal of Evolution Equations, 2025 (accepted for publication)
- b. A fost pregătit și prezentat pentru publicare:
 - David Cheban, Remotely Almost Periodic Solutions of Scalar Differential Equations. ROMAI Journal, 2025.
 - David Cheban and Andrei Sultan, Almost Periodic Solutions of Lattice Dynamical Systems with Monotone Nonlinearity. (To be submitted for publication before 30.12.2025)
- c. A participat și a făcut prezentări la două conferințe științifice internaționale.

5. Rezultatele obținute (descriere narativă 3-5 pagini) (obligatoriu)

- I. Noțiunea de aproape periodicitate la distanță (pe axa reală pentru funcțiile scalare a fost introdus și studiat de Sarason (1984)). Funcții aproape periodice de la distanță pe semi-axă în spațiul Banach au fost introduse și studiate de Ruess și Summers (1986). Funcții aproape periodice pe axa reală în Banach spațiile au fost introduse și studiate de Baskakov cite (2013).

Familia tuturor funcțiilor aproape periodice de la distanță poate în mod natural fi împărțite în două clase. Vom atribui primei clase funcții aproape periodice de la distanță φ cu regularul comportament la infinit, adică dacă pentru φ există un funcție aproape periodică (respectiv periodică sau staționară) p astfel încât $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|\varphi(t) - p(t)\| = 0$. Astfel de funcții sunt numite asimptotic aproape periodice (respectiv, asimptotic periodic sau asimptotic staționar) în sensul Frechet (1944). Funcția aproape periodică de la distanță φ aparține clasei a doua care oscilează neregulat (haotic) cu creștere nelimitată în timp, adică nu există aproape periodic (respectiv, periodică sau staționară) funcție la care ar s-au stabilizat la infinit. Această clasă de la distanță aproape funcțiile periodice nu sunt bine studiate, deși există o mare interes (atât teoretic, cât și practic) în astfel de funcții, deoarece astfel de funcții descriu așa-numitele mișcări haotice.

Problema comportamentului asimptotic al mișcărilor dinamice sistemele cu creștere nelimitată în timp sunt una dintre cele central în teoria sistemelor dinamice și teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale. Mișcările sistemelor dinamice cu comportament regulat la infinit (cum ar fi staționar asimptotic, asimptotic periodic și asimptotic aproape periodic) au fost bine studiate și aceste rezultate au fost prezentate în numeroase publicații științifice. În ceea ce privește mișcări ale sistemelor dinamice cu neregulat (oscilator) comportamentul la infinit, ele sunt slab studiate, cu doar câteva publicații pe această temă.

În această lucrare studiem problema existenței a cel puțin unei soluție aproape periodică de la distanță pe semi-axă pentru ecuații liniar și semi-linear (perturbarea neliniară a ecuații liniar pe spațiul Banach (infinit-dimensional) $\frac{1}{B}$). Acest studiu continuă seria de lucrări a autorului dedicat studiului mișcărilor aproape periodice de la distanță ale sisteme dinamice și soluții de ecuații diferențiale (2024).

Iată câteva dintre rezultatele obținute în această lucrare.

Teorema 1.

Să presupunem că funcția operator $A(t)$ și $f(t)$ sunt Lagrange stabil și următoarele condiții sunt îndeplinite:

1. operatorul-funcție $A(t)$ și $f(t)$ sunt asimptotic periodic (respectiv, asimptotic aproape periodic, de la distanță staționară, de la distanță τ - periodică, de la distanță aproape periodic);
2. ecuația $x' = A(t)x$ este hiperbolică.

Atunci

- a. ecuația $x' = A(t)x$ are cel puțin o soluție staționară (sau periodică sau aproape periodică) la infinit.
- b. orice soluție limitată pe semiaxa majoră pozitivă este o soluție staționară (respectiv periodică sau aproape periodică) la infinit.

Teorema 2.

Să presupunem că funcția operator $A(t)$ și $F(t, x)$ sunt Lagrange stabil și următoarele condiții sunt îndeplinite:

1. operatorul-funcție $A(t)$ și $F(t, x)$ sunt asimptotic periodic (respectiv, asimptotic aproape periodic, de la distanță staționară, de la distanță τ - periodică, de la distanță aproape periodic);
2. ecuația $x' = A(t)x$ este hiperbolică.
3. funcție F satisface condiția Lipschitz cu o constantă "suficient de mică" $L(F)$.

Atunci ecuația $x' = A(t)x + F(t, x)$ are o singură soluție staționară (sau periodică sau aproape periodică) la infinit cu norma mică.

Teorema 3.

Să presupunem că funcția operator $A(t)$ și $F(t, x)$ sunt Lagrange stabil și următoarele condiții sunt îndeplinite:

1. operatorul-funcție $A(t)$ și $F(t, x)$ sunt asimptotic periodic (respectiv, asimptotic aproape periodic, de la distanță staționară, de la distanță τ - periodică, de la distanță aproape periodic);
2. ecuația $x' = A(t)x$ este hiperbolică.
3. funcție F satisface condiția Lipschitz cu o constantă "suficient de mică" $L(F)$.

Atunci

- a. ecuația $x' = A(t)x + \varepsilon F(t, x)$ are o singură soluție φ_{ε} staționară (sau periodică sau aproape periodică) la infinit cu norma mică.
- b. Norma φ_{ε} tinde la zero când ε tinde la zero.

II. În al doilea articol, generalizăm binecunoscuta teoremă Opial la ecuații diferențiale scalare cu o parte dreaptă aproape periodică la infinit. Anume, dovedim următoarea teoremă.

Teorema 4.

Să presupunem că următoarele condiții țin:

1. funcția $f(t, x)$ este asimptotic aproape periodic (respectiv, asimptotic periodic sau asimptotic staționar) în timp;
2. $f(t, x)$ este pozitiv regulat;
3. funcția $f(t, x)$ este monotonă de x uniform în t ;
4. ecuația $x' = f(t, x)$ admite o soluție marginită φ .

Atunci soluția φ este aproape periodică (respectiv, τ - periodic sau staționar) de la distanță.

III. Scopul celei de-a treia lucrări este studierea problemei aproape periodicitatea sistemelor dinamice cu zăbrele aproape periodice ale forma $u_{i+1}' = \nu(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) - \lambda u_i + F(u_i) + f_i(t)$ ($i \in \mathbb{Z}, \lambda > 0$). Dovedim

existența unei soluții unice aproape periodice a acestui sistem dacă neliniaritatea FF este monotonă.

6. Diseminarea rezultatelor obținute în proiect în formă de publicații (obligatoriu) și în formă de prezentări la foruri științifice (comunicări, postere – pentru cazurile când nu au fost publicate în materialele conferințelor)

- a. David Cheban and Andrei Sultan, Compact Global Attractors of Nonautonomous Lattice Dynamical Systems. XV International Conference of the Georgian Mathematical Union, September 1 - 6, 2025, in Batumi, Georgia, p.79.
- b. David Cheban, Opial's Theorem for Scalar Remotely Almost Periodic Differential Equations. The 32nd Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2025, Bucharest, Romania, September 18-21, 2025, pp.27-29.

7. Impactul științific, social și/sau economic al rezultatelor științifice obținute în cadrul proiectului (obligatoriu)

Articolul: David Cheban, Remotely Almost Periodic Solutions of Ordinary Differential Equations in Banach Spaces. Journal of Evolution Equations, 2025 completat în cadrul acestui proiect este acceptat pentru publicare (23/09/2025) într-una dintre cele mai importante reviste științifice din lume (publicat de Springer): $IF=1,2$; $SJR=1,413$; Quarteli: **Q1**

8. Colaborare la nivel național în cadrul implementării proiectului (obligatoriu)

Problemele cu care ne confruntăm în cadrul acestui proiect sunt noi pentru țara noastră și până acum nimeni altcineva din Moldova nu se ocupă de ele, deci nu a existat nicio cooperare la nivel național în acest sens.

9. Colaborare la nivel internațional în cadrul implementării proiectului (obligatoriu)

Am continuat colaborarea noastră științifică tradițională cu profesorii Zenxin Liu (China, Universitatea Tehnologică Dalian) și Peter Kloeden (Germania, Universitat Tübingen), cu care liderul proiectului are o serie de publicații științifice comune.

10. Dificultățile în realizarea proiectului de natură financiară, organizatorică, legate de resursele umane etc. (obligatoriu).

Banii au sosit prea târziu (în octombrie 2025) și a trebuit să finanțăm singuri toate costurile proiectului (călătorii științifice, achiziționarea de articole de papetărie etc.).

11. Recomandări, propuneri (opțional).

Simplificați procedura de cumpărare a materialelor relativ ieftine (cum ar fi papetărie), deoarece acest lucru împiedică foarte mult munca.



Conducătorul de proiect

D. Cheban / (David CEBAN)

Data:

27/11/2025

Rezumatul activității și a rezultatelor obținute în proiect în anul 2025

Cifra proiectului 25.80012.5007.77SE

Denumirea Proiectului *Soluții Aproape Periodice la Infinit ale Ecuații Diferențiale*

Rezumat în limba română pentru anul 2025

Două probleme au fost studiate în cadrul proiectului

Î. Problema existenței a cel puțin o soluție aproape periodică la infinit unor clase de ecuații diferențiale (ecuații liniare, ecuații semi-liniare și ecuații scalare).

1. Problema existenței unei soluții aproape periodice a sistemelor neautonome în rețelele

$$\begin{aligned} u_{i+1}' &= \lambda u_i - 2u_{i+1} + u_{i+2} \\ u_i &+ f(u_i) + f_{i+1}(t) \quad (i \in \mathbb{Z}, \lambda > 0). \end{aligned}$$

Au fost obținute următoarele rezultate

1. Se găsesc condiții pentru existența a cel puțin unei soluții aproape periodice la infinit pentru ecuații diferențiale liniare

$$x' = A(t)x + f(t)$$

și semi-liniare

$$x' = A(t)x + F(t, x)$$

într-un spațiu Banach, precum și pentru ecuații diferențiale monotone scalare

$$x' = f(t, x).$$

2. Sunt indicate condițiile pentru existența unei soluții unice aproape periodice a unui sistem dinamic neautonom pe rețele

$$\begin{aligned} u_{i+1}' &= \lambda u_i - 2u_{i+1} + u_{i+2} \\ u_i &+ f(u_i) + f_{i+1}(t) \quad (i \in \mathbb{Z}, \lambda > 0). \end{aligned}$$

care este global asimptotic stabil (convergent).

Rezumat în limba engleză pentru anul 2025

Two problems were studied within the framework of the project

1. The problem of existence of at least one remotely almost periodic solution of some classes of differential equations (linear, semi-linear and scalar differential equations) .

1. The problem of existence of an almost periodic solution of lattice non-autonomous systems

$$\begin{aligned} u_{\{i\}}' &= \nu(u_{\{i-1\}} - 2u_{\{i\}} + u_{\{i+1\}}) - \lambda u_{\{i\}} \\ u_{\{i\}} &+ f(u_{\{i\}}) + f_{\{i\}}(t) \quad (i \in \mathbb{Z}, \lambda > 0). \end{aligned}$$

The following results were obtained

2. Conditions for the existence of at least one remotely almost periodic solution for linear differential equations

$$x' = A(t)x + f(t)$$

and semi-linear differential equations in a Banach space

$$x' = A(t)x + F(t, x),$$

as well as for scalar monotone differential equations

$$x' = f(t, x),$$

were found.

3. The conditions for the existence of a unique almost periodic solution of a non-autonomous lattice dynamical system

$$\begin{aligned} u_{\{i\}}' &= \nu(u_{\{i-1\}} - 2u_{\{i\}} + u_{\{i+1\}}) - \lambda u_{\{i\}} \\ u_{\{i\}} &+ f(u_{\{i\}}) + f_{\{i\}}(t) \quad (i \in \mathbb{Z}, \lambda > 0) \end{aligned}$$

that is globally asymptotically stable (convergent) are specified.

Conducătorul de proiect D. Ceban / (David CEBAN)

Data: 27/12/2025



**Lista lucrărilor științifice, științifico-metodice și didactice
publicate în anul 2025 în cadrul proiectului**

Soluții Aproape Periodice la Infinit ale Ecuații Diferențiale

1. Monografii (recomandate spre editare de consiliul științific/senatul organizației din domeniile cercetării și inovării)

1.1. monografii internaționale

1.2. monografii naționale

2. Capitoale în monografii naționale/internaționale

3. Editor culegere de articole, materiale ale conferințelor naționale/internaționale

4. Articole în reviste științifice

4.1. în reviste din bazele de date Web of Science și SCOPUS (cu indicarea factorului de impact IF)

a. David Cheban, Remotely Almost Periodic Solutions of Ordinary Differential Equations in Banach Spaces. Journal of Evolution Equations, 2025 (accepted for publication, 23.09.2025). **IF=1,2; SJR=1,413, Quartile: Q1.**

b. David Cheban, Remotely Almost Periodic Solutions of Scalar Differential Equations. ROMAI Journal (submitted: September 20, 2025) (Preprint: arXiv 2510.00474v1- submitted October 01, 2025)

4.2. în alte reviste din străinătate recunoscute

4.3. în reviste din Registrul National al revistelor de profil, cu indicarea categoriei

4.4. în alte reviste naționale

5. Articole în culegeri științifice naționale/internaționale

5.1. culegeri de lucrări științifice editate peste hotare

5.2 culegeri de lucrări științifice editate în Republica Moldova.

6. Articole în materiale ale conferințelor științifice

6.1. în lucrările conferințelor științifice internaționale (peste hotare)

6.2. în lucrările conferințelor științifice internaționale (Republica Moldova)

6.3. în lucrările conferințelor științifice naționale cu participare internațională

6.4. în lucrările conferințelor științifice naționale

7. Teze ale conferințelor științifice

7.1. în lucrările conferințelor științifice internaționale (peste hotare)

a. David Cheban and Andrei Sultan, Compact Global Attractors of Nonautonomous Lattice Dynamical Systems. XV International Conference of the Georgian Mathematical Union, September 1 - 6, 2025, in Batumi, Georgia, p.79.

https://gmu.gtu.ge/conferences/wp-content/uploads/2025/10/Conference_GMU_2025_Final.pdf

b. David Cheban, Opial's Theorem for Scalar Remotely Almost Periodic Differential Equations. The 32nd Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2025, Bucharest, Romania, September 18-21, 2025, pp.27-29. https://caim.romai.ro/Caim25/e-book_abs_2025.pdf

7.2. în lucrările conferințelor științifice internaționale (Republica Moldova)

7.3. în lucrările conferințelor științifice naționale cu participare internațională

7.4. în lucrările conferințelor științifice naționale

Notă: vor fi considerate teze și nu articole materialele care au un volum de până la 0,25 c.a.

8. Alte lucrări științifice (recomandate spre editare de o instituție acreditată în domeniu)

8.1. cărți (cu caracter informativ)

8.2. enciclopedii, dicționare

8.3. atlase, hărți, albume, cataloage, tabele etc. (ca produse ale cercetării științifice)

9. Brevete de invenții și alte obiecte de proprietate intelectuală, materiale la saloanele de invenții

10. Lucrări științifico-metodice și didactice

10.1. manuale pentru învățământul preuniversitar (aprobate de ministerul de resort)

10.2. manuale pentru învățământul universitar (aprobate de consiliul științific /senatul instituției)

10.3. alte lucrări științifico-metodice și didactice

11. Recomandări, propuneri.

**Executarea devizului de cheltuieli,
conform anexei nr. 2.3 din contractul de finanțare pentru anul 2025**

Cifrul proiectului: 25.80012.5007.77SE

Cheltuieli, mii lei				
Denumirea	Cod		Anul de gestiune	
	Eco (k6)	Aprobat	Modificat +/-	Precizat
Servicii informaționale	222210	19,0		19,0
Deplasări de serviciu peste hotare	222720	39,97		39,97
Servicii de cercetări științifice contractate	222930	215,76		215,76
Servicii neatribuite altor aliniate	222999	14,88		14,88
Cheltuieli curente neatribuite la alte categorii	281900	4,1		4,1
Procurarea materialelor de uz gospodăresc și rechizite de birou	336110	6,29		6,29
Total		300,0		300,0

Conducătorul organizației  / **Igor SAROV**

Contabil șef  / **Liliana COJOCARU**

Conducătorul de proiect  / **David CEBAN**

Data: 24/11/2025

LȘ

Compoența echipei conform contractului de finanțare 2025

Cifrul proiectului 25.80012.5007.77SE

Echipa proiectului conform contractului de finanțare (la semnarea contractului) pentru 2025						
N r	Nume, prenume (conform contractului de finanțare)	Anul nașterii	Titlul științific	Norma de muncă sau nr. de ore conform contractului	Data angajării	Data eliberării
1.	Ceban David	1952	dr. hab., prof. univ.	40 ore pe lună	01.08.2025	31.12.2025
2.	Sultan Andrei	1998	-	40 ore pe lună	01.08.2025	31.12.2025

Conducătorul organizației

/ Igor ȘAROV

Contabil șef

/ Liliana COJOCARU

Conducătorul de proiect

/ David CEBAN

Data: 27/11/2025

LȘ